	UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS AÑO **2025** **MATERIA**: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	MODELO

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir **una** de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente **a los cuatro ejercicios** de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

PUNTUACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 1 Hora y 30 minutos

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (3 puntos)

Sean las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 4 & m\\ 1 & m & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$.

a) Calcúlense los valores de m para los que la matriz A no es invertible.

b) Para $m=2$, obténgase, si existe, la inversa de la matriz A.

c) Para $m=2$, obténgase el valor $x=B^T(A^T-I)B$, donde A^T y B^T son las traspuestas de las matrices A y B, y dónde I es la matriz identidad de tamaño 3×3.

Ejercicio 2. (2,5 puntos)

Sea la función real de variable real $f(x)=\dfrac{x^2}{2-x}$.

a) Estúdiese el dominio de $f(x)$ y sus asíntotas horizontales y verticales, si existen.

b) Determínense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$, sus máximos y sus mínimos.

Ejercicio 3. (2,5 puntos)

En una inspección rutinaria se han realizado 20 observaciones del peso en gramos (X) y el diámetro en milímetros (Y) de los melocotones de una determinada partida, y se han obtenido los siguientes datos:

$$n=20,\ \sum_{i=1}^{20}x_i=3176,\ \sum_{i=1}^{20}y_i=1201,\ \sum_{i=1}^{20}x_i^2=511056,\ \sum_{i=1}^{20}y_i^2=74957,\ \sum_{i=1}^{20}x_iy_i=193851$$

a) Obténgase el coeficiente de correlación lineal entre X e Y.

b) Determínese la recta de regresión para predecir el diámetro (Y) con respecto al peso (X).

c) Estímese el diámetro de un melocotón que pese 130 gramos.

Ejercicio 4. (2 puntos)

Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0'7; P(B)=0'6;\ P(A/B)=0'5$

a) Determínese: $P(A\cap B),\ P(\overline{A}\cap B),\ P(\overline{A}\cap\overline{B})$

b) ¿Son A y B sucesos independientes? Justifique la respuesta.

Nota: $\overline{S}$ denota el suceso complementario del suceso S.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2,5 puntos)
Preparando el material para el próximo curso académico, hemos comprado 12 bolígrafos, 3 cuadernos y 6 carpetas archivadoras, y hemos pagado en total 78 euros. Queremos saber cual es el precio de cada artículo, sabiendo que una carpeta cuesta el triple que un bolígrafo, y que cada cuaderno cuesta 4 veces más que la suma del precio de un bolígrafo y de una carpeta. Plantee un sistema de ecuaciones que resuelva el problema y explique la solución obtenida.

Ejercicio 2. (3 puntos)
Se considera la función real de variable real definida por $f(x)=\begin{cases} x^3-2x^2+x+2a & si\ x\leq 0 \\ e^x+a & si\ x>0 \end{cases}$

a) Determínese el valor de a para que f sea continua en $x=0$.
b) Para $a=0$, factorícese el polinomio $P(x)=x^3-2x^2+x$ y obténganse los puntos de corte de $f(x)$ con el eje *OX*.
c) Un capital produce intereses durante 3 años al 10% de interés compuesto. El capital al cabo de estos 3 años es de 1996'5 euros. ¿Cuál era el capital inicial?

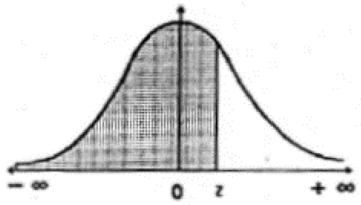
Ejercicio 3. (2'5 puntos)

En una canasta de fruta hay manzanas, naranjas y peras. Hoy, varios días después de su compra, la probabilidad de que una pieza de fruta no esté en buenas condiciones es de 0'2 para las manzanas, de 0'3 para las naranjas y de 0'4 para las peras. La cesta contiene un 25% de manzanas, un 35% de naranjas y un 40% de peras.
a) Determínese la probabilidad de que una pieza fruta seleccionada al azar hoy de la cesta esté en buenas condiciones.
b) Halle la probabilidad que la pieza de fruta elegida no esté en buenas condiciones y sea una pera.
c) Extraemos una fruta de la cesta y no está en buenas condiciones. Determínese la probabilidad de que sea una pera.

Ejercicio 4. (2 puntos)

El peso de los paquetes que maneja cierta oficina de correos se puede aproximar por una distribución normal de media μ kg y desviación típica 1kg.
a) Se ha tomado una muestra aleatoria y, con una confianza del 95% se ha construido un intervalo para la media poblacional cuya amplitud es de 0'392kg. ¿Cuál ha sido el tamaño de la muestra seleccionada?
b) En una muestra de tamaño 64 el peso medio de los paquetes ha sido de 3 kg. Determínese el intervalo de confianza al 99% para la media poblacional.

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL N(0;1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 3 puntos)
a) Cálculo correcto del determinante, 0,5 puntos. Obtención correcta del valor de m, 0,5 puntos.
b) Procedimiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto de la inversa, 0,5 puntos.
c) Planteamiento correcto: 0,25 puntos. Obtención correcta de x, 0,75 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 2,5 puntos)
a) Estudio correcto del dominio: 0’25 puntos. Obtención de la asíntota vertical, 0,5 puntos. Horizontal: 0,25 puntos.
b) Cálculo correcto de la derivada, 0,5 puntos. Determinación correcta de los intervalos de crecimiento y decrecimiento, 0,5 puntos. Determinación de máximos y mínimos, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2,5 puntos)
a) Expresión correcta de las fórmulas para σ_x, σ_y, σ_{xy}, ρ, 0,5 puntos. Cálculo correcto, 0,5 p.
b) Expresión correcta de la ecuación de la recta, 0,5 puntos. Cálculo correcto, 0,5 puntos.
c) Procedimiento correcto, 0,25 puntos. Estimación correcta, 0,25 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)
a) Planteamiento correcto del cálculo de cada probabilidad, 0,25 puntos. Solución correcta, 0,25 puntos.
b) Justificación correcta 0,5 puntos.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima 2,5 puntos)
Definición correcta de las variables: 0,5 puntos. Ecuaciones del sistema, 0,75 puntos (0,25 cada una). Resolución correcta, 1 punto. Contextualización de la solución, 0,25 puntos.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima 3 puntos)
a) Condiciones de continuidad, 0,5 puntos. Cálculo correcto de *a,* 0,5 puntos.
b) Cálculo de las raíces, 0,25 puntos. Factorización correcta, 0,25 puntos. Determinación correcta del punto de corte, 0,25 puntos. Razonamiento rama derecha, 0,25 puntos.
c) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Solución correcta, 0,5 puntos.

Ejercicio 3. (Puntuación máxima 2,5 puntos)
a) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto: 0,5 puntos.
b) Planteamiento correcto: 0,25 puntos. Cálculo correcto: 0,25 puntos.
c) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Cálculo correcto: 0,5 puntos.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima 2 puntos)
a) Planteamiento correcto, 0,5 puntos. Solución correcta, 0,5 puntos.
b) Planteamiento correcto, 0,25 p. Obtención de $z_{\alpha/2}$, 0,25 p. Solución correcta, 0,5 p.

SOLUCIONES

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

Ejercicio 1: a)

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & m\\ 1 & m & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};\ |A|=3m-9. \qquad |A|=0 \Leftrightarrow m=3.$$

Para $m=3$ la matriz A no es invertible.

b)

$$A=\begin{pmatrix}1 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix};\ |A|=-3. \quad A^{-1}=-1/3\begin{pmatrix}3 & -6 & 0\\ -2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 2/3 & -2/3 & -1/3\\ -1/3 & 1/3 & 2/3\end{pmatrix}$$

c)

$$A^T-I=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 4 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix};\ x=B^T(A^T-I)B=(2,1,-1)\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 4 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 1\\ -1\end{pmatrix}=6$$

Ejercicio 2:

a) $Dom(f)=R-\{2\}$. Asíntota vertical: $x=2$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{2-x}=\mp\infty$. No hay asíntotas horizontales.

b) $f'(x)=\dfrac{2x(2-x)+x^2}{(2-x)^2}=\dfrac{-x^2+4x}{(2-x)^2}$; $\quad f'(x)=0\Rightarrow -x^2+4x=0\Rightarrow x=0,\ x=4$

$f'(x)>0$ en $(0,2)\cup(2,4)$; $\quad f(x)$ creciente

$f'(x)<0$ en $(-\infty,0)\cup(4,\infty)$; $f(x)$ decreciente

f(x) tiene un en mínimo $x=0, f(x)=0$; f(x) tiene un máximo en $x=4, f(x)=8$

Ejercicio 3: a) $\left(\bar{x}=\dfrac{\sum x_i}{n}=158'8\right),\left(\bar{y}=\dfrac{\sum y_i}{n}=60,05\right)$

$\sigma_x^2=\dfrac{\sum x_i^2}{n}-(\bar{x})^2=25552'8-25217'44=335'36$; $\quad \sigma_Y^2=\dfrac{\sum y_i^2}{n}-(\bar{y})^2=3747'85-3606=141,85$;

$\sigma_{xy}=\dfrac{\sum xy}{n}-\bar{x}\cdot\bar{y}=9692'55-9535,94=156,61$; $\quad \boxed{\rho=\dfrac{\sigma_{xy}}{\sigma_x\sigma_y}=\dfrac{156,61}{18'31*11'91}=0'718}$

b) $y=\bar{y}+m_{YX}(x-\bar{x})$;

$m_{YX}=\dfrac{\sigma_{XY}}{\sigma_X^2}=\dfrac{156,61}{335,36}=0'467$; $\qquad y=60'05+0'467(x-158'8)$

c) x=130 g; sustituyendo en la ecuación de la recta y=46,6 mm

Ejercicio 4:

$P(A)=0'7$; P(A/B)=0'5

$P(B)=0'6$; P(A/B) $=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}\Rightarrow P(A\cap B)=0'3$

a) $P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=0'3$

$P(\overline{A}\cap \overline{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=0,$ ya que $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=1$

b) $P(A\cap B)\neq P(A).P(B)$. No son independientes.

OPCIÓN B

Ejercicio 1: Sea x :precio de un bolígrafo, y :precio de un cuaderno, z : precio de una carpeta.

$$\begin{cases} 12x+3y+6z=78 \\ z=3x \\ y=4(x+z) \end{cases}$$

Solución: $x=1, y=16, z=3$

Cada bolígrafo cuesta 1 euro, cada cuaderno 16 euros y cada carpeta 3 euros.

Ejercicio 2:

a) $f(0)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=2a$; $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1+a$. Para que f sea continua en $x=0$, $2a=1+a\Leftrightarrow a=1$.

b) $P(x)=x(x-1)^2$. El único punto de corte de *f* con el eje *OX es x=0,* puesto que $e^x>0\ \forall x>0$

c) $M=C(1+i)^n$; $M=1996'5$; $i=0'1$; $n=3$

$1'1^3\cdot C=1996'5\Leftrightarrow C=1500$ Euros.

Ejercicio 3: Definimos el suceso Mal = "la pieza de fruta está en mal estado". Sabemos que:

$P(Mz)=0'25$; $P(Mal\,/\,Mz)=0'2$

$P(Nj)=0'35$; $P(Mal\,/\,Nj)=0'3$

$P(Pera)=0'4$; $P(Mal\,/\,Pera)=0'4$

a) Por el teorema de la probabilidad total,

$P(Mal)=P(Mal\,/\,Mz)P(Mz)+P(Mal\,/\,Nj)P(Nj)+P(Mal\,/\,Pera)P(Pera)=0'315$

$P(BuenEstado)=1-P(Mal)=0,685$

b) $P(Mal\cap Pera)=P(Mal\,/\,Pera)P(Pera)=0'16$

c) Por el teorema de Bayes, $P(Pera\,/\,Mal)=\dfrac{P(Mal\cap Pera)}{P(Mal)}=\dfrac{0'16}{0'315}=0'508.$

Ejercicio 4:

a) $Amplitud=2E=2(1'96.\frac{1}{\sqrt{n}})=0'392\Rightarrow\sqrt{n}=10\Rightarrow n=100$

b) $n=64,\ \overline{x}=3,\ z_{\alpha/2}=2'58$ Intervalo: $\left(\overline{x}-Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}};\overline{x}+Z_{\alpha/2}\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$=(3-0'3225,3+0'3225)=(2'6775,3'3225)$